UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
Dept. Computación y Tecnología de la Información
Estructuras Discretas II
CI 2526
Mayo-Julio 2021

Práctica 3
Soluciones
Gustavo Lau
2021-05-29

Axiomas, teoremas y definiciones

Axioma del conjunto vacío. Hay un conjunto vacio. Simbólicamente:

$$(\exists y| : (\forall x| : x \notin y))$$

Definición de $\varnothing$. El conjunto vacío se denota $\varnothing$. Entonces:

$$(\forall x| : x \notin \varnothing)$$

Axioma de extensión. Si dos conjuntos A y B tienen los mismos elementos entonces son iguales. Simbólicamente:

$$(\forall A, B| : (\forall x| : x \in A \equiv x \in B) \implies A = B)$$

Teorema de extension. Dos conjuntos son iguales si y solo si tienen los mismos elementos. Simbólicamente:

$$(\forall A, B| : (\forall x| : x \in A \equiv x \in B) \equiv A = B)$$

Teorema del conjunto vacío. El conjunto vacío es único. Lo denotamos por $\varnothing$.

Axioma de apareamiento. Dados dos conjuntos cualesquiera existe un conjunto cuyos elementos son precisamente esos dos conjuntos. Simbólicamente:

$$(\forall x, y| : (\exists A| : (\forall z| : z \in A \equiv z = x \vee z = y)))$$

Definición de subconjunto. Dados dos conjuntos A y B, A es subconjunto de B si y solo si todo elemento de A es elemento de B. Simbólicamente:

$$(\forall A, B| : A \subseteq B \equiv (\forall x| : x \in A \implies x \in B))$$

Definición de unión de un conjunto (unión unaria). Si A es un conjunto, existe un conjunto cuyos elementos son los elementos de los elementos de A. Se denota por $\bigcup A$. Simbólicamente:

$$x \in \bigcup A \equiv (\exists B| : B \in A \wedge x \in B)$$

Definición de unión de conjuntos (unión binaria). Dados dos conjuntos A y B la unión de A y B es el conjunto cuyos elementos son los elementos de A y los elementos de B. Se denota por $A \cup B$. Simbólicamente:

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

Definición de intersección de conjuntos. Dados dos conjuntos A y B la intersección de A y B es el conjunto cuyos elementos son los elementos comunes de A y B. Se denota por $A \cap B$. Simbólicamente:

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$$

Definición de diferencia de conjuntos. Dados dos conjuntos A y B la diferencia de A y B es el conjunto cuyos elementos son los elementos de A que no están en B. Se denota por $A \setminus B$. Simbólicamente:

$$A \setminus B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$$

Ejemplo de demostración: Demostración de que $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

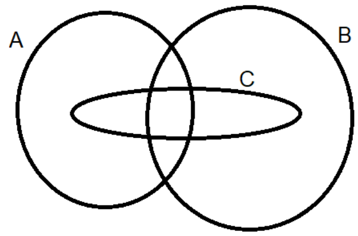
$$\begin{aligned}
&x \in A \cup (B \cap C) \\
&\equiv \langle \text{definición de unión} \rangle \\
&x \in A \vee x \in (B \cap C) \\
&\equiv \langle \text{definición de intersección} \rangle \\
&x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C) \\
&\equiv \langle \text{distributividad de } \vee \text{ respecto a } \wedge \rangle \\
&(x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \in C) \\
&\equiv \langle \text{definición de unión} \rangle \\
&x \in (A \cup B) \wedge x \in (A \cup C) \\
&\equiv \langle \text{definición de intersección} \rangle \\
&x \in (A \cup B) \cap (A \cup C) \\
&\langle \text{axioma de extensión} \rangle \\
&\therefore A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)
\end{aligned}$$

1. Demuestre o de un contraejemplo de la siguiente proposición:

$$C \subseteq (A \cup B) \implies C \subseteq A \vee C \subseteq B$$

Respuesta

Lo podemos ver de manera intuitiva con un diagrama de Venn:



Contraejemplo:

Para econtrar un contraejemplo de $p \implies q$ necesitamos encontrar un caso en que p sea verdadero y q falso.

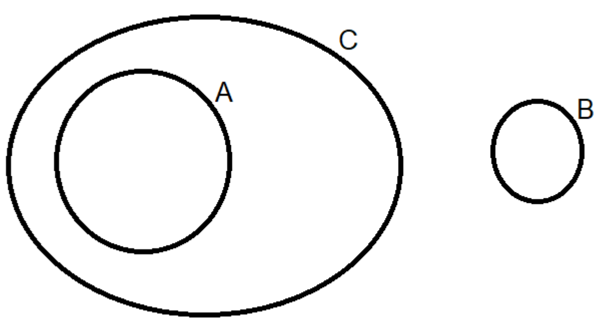
$$
\begin{aligned}
& A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{1,2\} \\
& A \cup B = \{1,2\} \\
& C \subseteq (A \cup B) \\
& C \nsubseteq A \\
& C \nsubseteq B \\
\therefore\ & \neg(C \subseteq A \vee C \subseteq B)
\end{aligned}
$$

2. Demuestre o de un contraejemplo de la siguiente proposición:

$$A \subseteq C \vee B \subseteq C \implies (A \cup B) \subseteq C$$

Respuesta

Nuevamente un diagrama de Venn nos ayuda:



Contraejemplo:

Para econtrar un contraejemplo de $p \implies q$ necesitamos encontrar un caso en que p sea verdadero y q falso.

$$
\begin{aligned}
& A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{1\} \\
& A \cup B = \{1,2\} \\
& A \subseteq C \\
\implies \quad & A \subseteq C \vee B \subseteq C \\
& (A \cup B) \nsubseteq C
\end{aligned}
$$

3. Demuestre la siguiente proposición:

$$A \subseteq \varnothing \implies A = \varnothing$$

Respuesta

Supongamos que $A \subseteq \varnothing$.

$$\begin{aligned}
& A \neq \varnothing \\
\implies & \quad \langle \text{definición de } \varnothing \rangle \\
& \exists x | : x \in A \\
\implies & \quad \langle \text{definición de } \varnothing \rangle \\
& \exists x | : x \in A \wedge x \notin \varnothing \\
\implies & \quad \langle \text{definición de subconjunto} \rangle \\
& A \nsubseteq \varnothing
\end{aligned}$$

Hemos llegado a una contradicción.

$$\therefore A = \varnothing$$

$\therefore A \subseteq \varnothing \implies A = \varnothing$

4. Demuestre la siguiente proposición:

$$\varnothing \cap A = \varnothing$$

Respuesta

$$\begin{aligned}
& x \in \varnothing \cap A \\
\equiv & \quad \langle \text{definición de intersección} \rangle \\
& x \in \varnothing \wedge x \in A \\
\equiv & \quad \langle \text{definición de } \varnothing \rangle \\
& Falso \wedge x \in A \\
\equiv & \quad \langle F \wedge p \equiv F \rangle \\
& Falso \\
\equiv & \quad \langle \text{definición de } \varnothing \rangle \\
& x \in \varnothing \\
& \langle \text{axioma de extensión} \rangle \\
\therefore & \varnothing \cap A = \varnothing
\end{aligned}$$

5. Demuestre la siguiente proposición:

$$(A \cup B) \subseteq C \implies A \subseteq C \wedge B \subseteq C$$

Respuesta

$$\begin{aligned}
& (A \cup B) \subseteq C \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de subconjunto} \rangle \\
& \forall x | : x \in (A \cup B) \implies x \in C \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de unión} \rangle \\
& \forall x | : (x \in A \vee x \in B) \implies x \in C \qquad (1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x \in A \\
\implies \quad & \langle p \implies (p \vee q) \rangle \\
& x \in A \ \vee x \in B \\
\implies \quad & \langle \text{usando } (1) \rangle \\
& x \in C
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x \in A \implies x \in C \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de subconjunto} \rangle \\
& A \subseteq C
\end{aligned}$$

Análogamente se prueba que $B \subseteq C$:

$$\begin{aligned}
& x \in B \\
\implies \quad & \langle p \implies (p \vee q) \rangle \\
& x \in A \ \vee x \in B \\
\implies \quad & \langle \text{usando } (1) \rangle \\
& x \in C
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x \in B \implies x \in C \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de subconjunto} \rangle \\
& B \subseteq C
\end{aligned}$$

$$\therefore A \subseteq C \wedge B \subseteq C$$

$\therefore (A \cup B) \subseteq C \implies A \subseteq C \wedge B \subseteq C$

6. Demuestre la siguiente proposición:

$$C \subseteq (A \cap B) \implies C \subseteq A \wedge C \subseteq B$$

Respuesta

$$
\begin{aligned}
& C \subseteq (A \cap B) \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de subconjunto} \rangle \\
& \forall x | : x \in C \implies x \in (A \cap B) \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de intersección} \rangle \\
& \forall x | : x \in C \implies (x \in A \wedge x \in B) \\
\implies \quad & \langle (p \implies (q \wedge r)) \equiv ((p \implies q) \wedge (p \implies r)) \rangle \\
& (\forall x | : x \in C \implies x \in A) \wedge (\forall x | : x \in C \implies x \in B) \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de subconjunto} \rangle \\
& C \subseteq A \wedge C \subseteq B \\
\therefore \; & C \subseteq (A \cap B) \implies C \subseteq A \wedge C \subseteq B
\end{aligned}
$$

Respuesta de Leonel Guerrero:

$$
\begin{aligned}
& C \subseteq (A \cap B) \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de subconjunto} \rangle \\
& \forall x | : x \in C \implies x \in (A \cap B) \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de intersección} \rangle \\
& \forall x | : x \in C \implies (x \in A \wedge x \in B) \\
\equiv \quad & \langle (p \implies q) \equiv (\neg p \vee q) \rangle \\
& \forall x | : \neg(x \in C) \vee (x \in A \wedge x \in B) \\
\equiv \quad & \langle \vee \text{ es distributiva respecto a } \wedge \rangle \\
& \forall x | : (\neg(x \in C) \vee x \in A) \wedge (\neg(x \in C) \vee x \in B) \\
\equiv \quad & \langle (p \implies q) \equiv (\neg p \vee q) \rangle \\
& \forall x | : (x \in C \implies x \in A) \wedge (x \in C \implies x \in B) \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de subconjunto} \rangle \\
& C \subseteq A \wedge C \subseteq B
\end{aligned}
$$

7. Demuestre la siguiente proposición:

$$A \subseteq B \wedge C \subseteq D \implies (A \cup C) \subseteq (B \cup D)$$

Respuesta

$$\begin{aligned}
& A \subseteq B \wedge C \subseteq D \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de subconjunto} \rangle \\
& (\forall x| : x \in A \implies x \in B) \wedge (\forall x| : x \in C \implies x \in D) \qquad (1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& z \in (A \cup C) \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de unión} \rangle \\
& z \in A \vee z \in C
\end{aligned}$$

Caso $z \in A$:

$$\begin{aligned}
& z \in A \\
\implies \quad & \langle (1) \rangle \\
& z \in B \\
\implies \quad & \langle p \implies (p \vee q) \rangle \\
& z \in B \vee z \in D \\
\implies \quad & \langle \text{definición de unión} \rangle \\
& z \in B \cup D
\end{aligned}$$

Caso $z \in C$:

$$\begin{aligned}
& z \in C \\
\implies \quad & \langle (1) \rangle \\
& z \in D \\
\implies \quad & \langle p \implies (q \vee p) \rangle \\
& z \in B \vee z \in D \\
\implies \quad & \langle \text{definición de unión} \rangle \\
& z \in B \cup D
\end{aligned}$$

En ambos casos tenemos $z \in B \cup D$

$\therefore z \in (A \cup C) \implies (z \in B \cup D)$

$\therefore (A \cup C) \subseteq (B \cup D)$

$\therefore A \subseteq B \wedge C \subseteq D \implies (A \cup C) \subseteq (B \cup D)$

Respuesta de Leonel Guerrero, empezando por el consecuente $((A \cup C) \subseteq (B \cup D))$ y usando $\Longleftarrow$:

$$
\begin{aligned}
& (A \cup C) \subseteq (B \cup D) \\
\equiv \quad & \langle \text{Def de } \subseteq \rangle \\
& (x \in A \cup C) \implies (x \in B \cup D) \\
\equiv \quad & \langle \text{Def de } \cup \rangle \\
& (x \in A \vee x \in C) \implies (x \in B \vee x \in D) \\
\equiv \quad & \langle \text{Teorema } p \implies q \equiv \neg p \vee q \rangle \\
& \neg(x \in A \vee x \in C) \vee (x \in B \vee x \in D) \\
\equiv \quad & \langle \text{De Morgan} \rangle \\
& ((\neg x \in A) \wedge \neg(x \in C)) \vee (x \in B \vee x \in D) \\
\equiv \quad & \langle \text{Distribuitividad de } \vee \text{ sobre } \wedge \rangle \\
& (\neg(x \in A) \vee (x \in B \vee x \in D)) \wedge (\neg(x \in C) \vee (x \in B \vee x \in D)) \\
\Longleftarrow \quad & \langle p \implies p \vee q \rangle \\
& (\neg(x \in A) \vee x \in B) \wedge (\neg(x \in C) \vee (x \in B \vee x \in D)) \\
\Longleftarrow \quad & \langle p \implies p \vee q \rangle \\
& (\neg(x \in A) \vee x \in B) \wedge (\neg(x \in C) \vee x \in D) \\
\equiv \quad & \langle \text{Teorema } p \implies q \equiv \neg p \vee q, \text{ Dos veces} \rangle \\
& (x \in A \implies x \in B) \wedge (x \in C \implies x \in D) \\
\equiv \quad & \langle \text{Def de } \subseteq \rangle \\
& A \subseteq B \wedge C \subseteq D \\
\therefore\, & A \subseteq B \wedge C \subseteq D \implies (A \cup C) \subseteq (B \cup D)
\end{aligned}
$$

8. **Definición de complemento de un conjunto.** Sea A un subconjunto del universo del discurso U se define el complemento de A como el conjunto de los elementos de U que no están en A. Se denota por A^c. Simbólicamente:

$$A^c = U \setminus A = \{x : x \in U \wedge x \notin A\}$$

Demuestre la siguiente proposición:

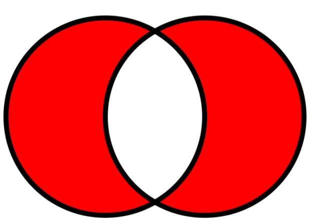
$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

Respuesta

$$\begin{array}{ll}
& x \in (A \cap B)^c \\
\equiv & \quad \langle \text{definición de complemento} \rangle \\
& x \in U \wedge x \notin A \cap B \\
\equiv & \\
& x \in U \wedge \neg(x \in A \cap B) \\
\equiv & \quad \langle \text{definición de intersección} \rangle \\
& x \in U \wedge \neg(x \in A \wedge x \in B) \\
\equiv & \quad \langle \text{De Morgan} \rangle \\
& x \in U \wedge (\neg(x \in A) \vee \neg(x \in B)) \\
\equiv & \\
& x \in U \wedge (x \notin A \vee x \notin B) \\
\equiv & \quad \langle \wedge \text{ es distributiva respecto a } \vee \rangle \\
& (x \in U \wedge x \notin A) \vee (x \in U \wedge x \notin B) \\
\equiv & \quad \langle \text{definición de complemento} \rangle \\
& (x \in A^c) \vee (x \in B^c) \\
\equiv & \quad \langle \text{definición de unión} \rangle \\
& x \in A^c \cup B^c \\
& \langle \text{axioma de extensión} \rangle \\
\therefore & (A \cap B)^c = A^c \cup B^c
\end{array}$$

9. **Definición de unión de un conjunto (unión unaria).** Si A es un conjunto, existe un conjunto cuyos elementos son los elementos de los elementos de A. Se denota por $\bigcup A$. Simbólicamente:
$$x \in \bigcup A \equiv (\exists B| : B \in A \wedge x \in B)$$
Definición de conjunto de partes (conjunto potencia). Dado un conjunto A se define el conjunto de partes de A, $\mathcal{P}(A)$, como el conjunto cuyos elementos son los subconjuntos de A. Simbólicamente:
$$\mathcal{P}(A) = \{B : B \subseteq A\}$$
Demuestre la siguiente proposición:
$$\bigcup \mathcal{P}(A) = A$$
Respuesta

$$\begin{array}{ll}
 & x \in \bigcup \mathcal{P}(A) \\
\equiv & \langle \text{definición de unión unaria} \rangle \\
 & \exists B| : B \in \mathcal{P}(A) \wedge x \in B \\
\equiv & \langle \text{definición de conjunto de partes} \rangle \\
 & \exists B| : B \subseteq A \wedge x \in B \\
\equiv & \langle A \subseteq A \text{ y definición de subconjunto: } B \subseteq A \equiv (\forall x| : x \in B \implies x \in A) \rangle \\
 & x \in A \\
\multicolumn{2}{l}{\langle \text{axioma de extensión} \rangle} \\
 & \therefore \bigcup \mathcal{P}(A) = A
\end{array}$$

10. **Definición de diferencia simétrica de conjuntos.**
$$A \vartriangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$


Demuestre la siguiente proposición:
$$A \vartriangle C = B \vartriangle C \implies A = B$$

Respuesta

$$
\begin{aligned}
& A \triangle C = B \triangle C \\
\equiv \quad & \langle \text{axioma de extensión, para abreviar no escribimos } \forall x \rangle \\
& x \in A \triangle C \equiv x \in B \triangle C \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de diferencia simétrica} \rangle \\
& x \in (A \smallsetminus C) \cup (C \smallsetminus A) \equiv x \in (B \smallsetminus C) \cup (C \smallsetminus B) \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de unión} \rangle \\
& x \in (A \smallsetminus C) \vee x \in (C \smallsetminus A) \equiv x \in (B \smallsetminus C) \vee x \in (C \smallsetminus B) \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de diferencia de conjuntos} \rangle \\
& (x \in A \wedge x \notin C) \vee (x \in C \wedge x \notin A) \equiv (x \in B \wedge x \notin C) \vee (x \in C \wedge x \notin B) \qquad (1)
\end{aligned}
$$

Por el principio del tercero excluido sabemos que:

$$x \in C \vee x \notin C$$

Vamos a considerar dos casos $x \in C$ y $x \notin C$ y evaluar las cuatro expresiones en (1):

Caso $x \in C$:

$$
\begin{aligned}
& x \in A \wedge x \notin C \equiv F && (p \wedge F \equiv F) \\
& x \in C \wedge x \notin A \equiv x \notin A && (V \wedge p \equiv p) \\
& x \in B \wedge x \notin C \equiv F && (p \wedge F \equiv F) \\
& x \in C \wedge x \notin B \equiv x \notin B && (V \wedge p \equiv p)
\end{aligned}
$$

Entonces (1) se convierte en:

$$
\begin{aligned}
& F \vee x \notin A \equiv F \vee x \notin B \\
\equiv \quad & \langle F \vee p \equiv p \rangle \\
& x \notin A \equiv x \notin B \\
\equiv \quad & \langle \text{negando ambos lados} \rangle \\
& x \in A \equiv x \in B
\end{aligned}
$$

Caso $x \notin C$:

$$
\begin{aligned}
& x \in A \wedge x \notin C \equiv x \in A && (p \wedge V \equiv p) \\
& x \in C \wedge x \notin A \equiv F && (F \wedge p \equiv F) \\
& x \in B \wedge x \notin C \equiv x \in B && (p \wedge V \equiv p) \\
& x \in C \wedge x \notin B \equiv F && (F \wedge p \equiv F)
\end{aligned}
$$

Entonces (1) se convierte en:

$$
\begin{aligned}
& x \in A \vee F \equiv x \in B \vee F \\
\equiv \quad & \langle p \vee F \equiv p \rangle \\
& x \in A \equiv x \in B
\end{aligned}
$$

En ambos casos $x \in A \equiv x \in B$.

$\therefore A = B$

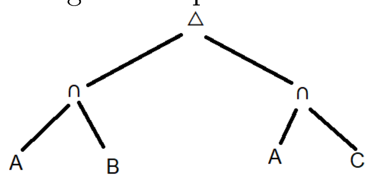
$\therefore A \triangle C = B \triangle C \implies A = B$

11. Demuestre la siguiente proposición:

$$A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$$

Respuesta

Conviene comenzar por el lado de la igualdad que es más complicado. Este árbol nos ayuda a ver cuál definición usar primero:



$x \in (A \cap B) \triangle (A \cap C)$

$\equiv$ ⟨definición de diferencia simétrica⟩

$x \in ((A \cap B) \setminus (A \cap C)) \cup ((A \cap C) \setminus (A \cap B))$

$\equiv$ ⟨definición de unión⟩

$x \in ((A \cap B) \setminus (A \cap C)) \vee x \in ((A \cap C) \setminus (A \cap B))$

$\equiv$ ⟨definición de diferencia de conjuntos⟩

$(x \in A \cap B \wedge x \notin A \cap C) \vee (x \in A \cap C \wedge x \notin A \cap B)$

$\equiv$ ⟨definición de intersección y de $\notin$⟩

$(x \in A \wedge x \in B \wedge \neg(x \in A \wedge x \in C)) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge \neg(x \in A \wedge x \in B))$

$\equiv$ ⟨De Morgan: negación de la disyunción es la conjunción de las negaciones⟩

$(x \in A \wedge x \in B \wedge (x \notin A \vee x \notin C)) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge (x \notin A \vee x \notin B))$

$\equiv$ ⟨distributividad de $\wedge$ respecto a $\vee$⟩

$((x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee ((x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin A) \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B))$

$\equiv$ ⟨contradicción⟩

$(F \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin C)) \vee (F \vee (x \in A \wedge x \in C \wedge x \notin B))$

$\equiv$ ⟨$F \vee p \equiv p$ y asociatividad de $\wedge$⟩

$(x \in A \wedge (x \in B \wedge x \notin C)) \vee (x \in A \wedge (x \in C \wedge x \notin B))$

$\equiv$ ⟨definición de diferencia de conjuntos⟩

$(x \in A \wedge x \in B \setminus C) \vee (x \in A \wedge x \in C \setminus B)$

$\equiv$ ⟨"factor común": distributividad de $\wedge$ respecto a $\vee$⟩

$x \in A \wedge (x \in B \setminus C \vee x \in C \setminus B)$

$\equiv$ ⟨definición de unión⟩

$x \in A \wedge (x \in B \setminus C \cup C \setminus B)$

$\equiv$ ⟨definición de diferencia simétrica⟩

$x \in A \wedge x \in B \triangle C$

$\equiv$ ⟨definición de intersección⟩

$x \in A \cap (B \triangle C)$

$\equiv$ ⟨axioma de extensión⟩

$\therefore A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$

12. **Definición de unión de un conjunto (unión unaria).** Si A es un conjunto, existe un conjunto cuyos elementos son los elementos de los elementos de A. Se denota por $\bigcup A$. Simbólicamente:

$$x \in \bigcup A \equiv (\exists B| : B \in A \wedge x \in B)$$

Demuestre que:

$$(\bigcup F) \cap A \neq \varnothing \implies \{\exists B| : B \in F \wedge (B \cap A) \neq \varnothing\}$$

Respuesta

$$\begin{aligned}
& (\bigcup F) \cap A \neq \varnothing \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de } \varnothing \rangle \\
& \exists x| : x \in (\bigcup F) \cap A \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de intersección} \rangle \\
& \exists x| : x \in \bigcup F \wedge x \in A \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de unión unaria} \rangle \\
& \exists x| : (\exists B| : B \in F \wedge x \in B) \wedge x \in A \\
\equiv \quad & \langle \text{intercambio de cuantificadores} \rangle \\
& \exists B| : B \in F \wedge (\exists x| : x \in B \wedge x \in A) \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de intersección} \rangle \\
& \exists B| : B \in F \wedge (\exists x| : x \in B \cap A) \\
\equiv \quad & \langle \text{definición de } \varnothing \rangle \\
& \exists B| : B \in F \wedge (B \cap A) \neq \varnothing
\end{aligned}$$

$$\therefore (\bigcup F) \cap A \neq \varnothing \implies \{\exists B| : B \in F \wedge (B \cap A) \neq \varnothing\}$$